

# Cuprins

Prefață	9
Capitolul 1. Introducere elementară în teoria probabilităților	11
1.1. Utilizarea terminologiei și notațiilor teoriei mulțimilor	11
1.2. Modele probabiliste	14
1.2.1. Spațiul stărilor	14
1.2.2. Lege de probabilitate	16
1.2.3. Câmp de probabilitate	17
1.2.4. Modele discrete	23
1.2.5. Modele continue	25
1.3. Probabilitate condiționată	27
1.3.1. Proprietățile probabilităților condiționate	29
1.3.2. Regula înmulțirii probabilităților	32
1.4. Formula probabilității totale și regula lui Bayes	33
1.4.1. Formula probabilității totale	33
1.4.2. Regula lui Bayes	35
1.5. Independența evenimentelor	37
1.5.1. Independență condiționată	39
1.5.2. Independența unei mulțimi de evenimente	41
1.6. Probleme de numărare	43
1.6.1. Scheme probabiliste	45
Capitolul 2. Variabile aleatoare discrete	52
2.1. Concepte de bază	52
2.2. Densitatea de probabilitate a unei variabile aleatoare discrete	54
2.2.1. Variabila aleatoare Bernoulli	56
2.2.2. Variabila aleatoare binomială	57

2.2.3.	Variabila aleatoare geometrică	57
2.2.4.	Variabila aleatoare Poisson	58
2.3.	Funcția de repartiție a unei variabile aleatoare discrete	59
2.4.	Funcții de o variabilă aleatoare discretă	60
2.5.	Caracteristici numerice ale variabilelor aleatoare discrete	62
2.5.1.	Medie și dispersie	62
2.5.2.	Momente inițiale și momente centrate	65
2.5.3.	Proprietățile mediei și dispersiei	68
2.5.4.	Media și dispersia unor variabile aleatoare clasice	71
2.6.	Variabile aleatoare discrete vectoriale	73
2.7.	Variabile aleatoare discrete condiționate	82
2.7.1.	Variabilă aleatoare condiționată de un eveniment	82
2.7.2.	Variabile aleatoare condiționate	84
2.7.3.	Medie condiționată	89
2.8.	Independența variabilelor aleatoare discrete	92
2.8.1.	Independența unei variabile aleatoare în raport cu un eveniment	92
2.8.2.	Independența a două variabile aleatoare	94
2.8.3.	Independența mai multor variabile aleatoare	97
2.8.4.	Dispersia sumei variabilelor aleatoare independente	98
Capitolul 3.	Variabile aleatoare continue	101
3.1.	Densitatea de probabilitate a unei variabile continue	101
3.2.	Caracteristici numerice ale unei variabile aleatoare continue	105
3.2.1.	Media unei variabile aleatoare	105
3.2.2.	Momente inițiale și momente centrate	106
3.3.	Funcția de repartiție a unei variabile aleatoare continue	110
3.4.	Variabila aleatoare normală	114
3.5.	Alte repartiții clasice	121
3.5.1.	Repartiția Gamma	121
3.5.2.	Repartiția $\chi_n^2$ cu $n$ grade de libertate	122
3.5.3.	Repartiția Student	123
3.5.4.	Repartițiile Snedecor și Fischer	125
3.5.5.	Repartiția Beta	127

3.5.6.	Repartiția Weibull	128
3.6.	Variabilă aleatoare continuă condiționată de un eveniment	128
3.7.	Variabile aleatoare continue vectoriale	135
3.7.1.	Momentele vectorilor bidimensionali continui	138
3.7.2.	Media unei funcții de două variabile aleatoare	139
3.7.3.	Variabile aleatoare condiționate de o altă variabilă aleatoare	139
3.7.4.	Independența variabilelor aleatoare	145
3.7.5.	Funcția de repartiție a unui vector aleator	146
3.7.6.	Inferența și regula lui Bayes în cazul continuu	147
3.7.7.	Cazul mai multor variabile aleatoare	151
3.8.	Funcții de variabile aleatoare continue	152
Capitolul 4.	Alte aspecte teoretice despre variabilele aleatoare	157
4.1.	Funcție generatoare de momente	157
4.1.1.	Proprietățile funcției generatoare de momente	160
4.1.2.	Sume de variabile aleatoare independente	166
4.1.3.	Funcțiile generatoare de momente ale variabilelor vectoriale	169
4.2.	Sume de variabile aleatoare independente; convoluție	170
4.2.1.	Cazul discret	170
4.2.2.	Cazul continuu	172
4.3.	Media și dispersia condiționate	173
4.3.1.	Media condiționată	173
4.3.2.	Dispersia condiționată	175
4.4.	Suma unui număr aleator de variabile aleatoare independente	178
4.5.	Covarianță și corelație	183
4.6.	Metoda celor mai mici pătrate	192
4.6.1.	Proprietățile erorilor estimatorilor	198
4.6.2.	Estimarea bazată pe mai multe măsurători	200
4.6.3.	Metoda celor mai mici pătrate, cazul liniar	201
4.7.	Distribuția bivariată normală	202
4.7.1.	Distribuția lui $X$ condiționată de $Y$	204
4.7.2.	Forma densității de probabilitate normale bivariată	206
4.7.3.	Densitatea de probabilitate normală multivariată	210

Capitolul 5. Teoreme limită	212
5.1. Inegalitățile Markov și Cebâșev	214
5.2. Legea slabă a numerelor mari	218
5.3. Convergența în probabilitate	220
5.4. Teorema limită centrală	223
5.4.1. Aproximări normale pe baza teoremei limită centrală	224
5.4.2. Aproximarea variabilelor binomiale	228
5.5. Legea tare a numerelor mari	230
Tabele cu valorile unor funcții de repartiție	235
Bibliografie	242