

Cuprins

0.1	Prefață	9
1	Spații vectoriale	11
1.1	Definiția spațiului vectorial (liniar)	11
1.2	Subspații vectoriale	14
1.3	Acoperire liniară a unei submulțimi. Combinație liniară de vectori	15
1.4	Familie de generatori	19
1.5	Familie de vectori liniar independentă/dependentă	20
1.6	Operații cu familii de vectori	22
1.7	Bază a unui spațiu vectorial. Dimensiune	24
1.8	Rangul unui sistem de vectori	37
1.9	Metoda pivotului Gauss-Jordan. Lema substituției	38
1.10	Matricea de trecere de la un reper la altul	43
2	Operatori liniari	45
2.1	Operatori liniari și teoreme de izomorfism	45
2.2	Spațiul cât	49
2.3	Suma și intersecția a două subspații vectoriale	52
2.4	Sumă directă de subspații vectoriale	55
2.5	Nucleul și imaginea unui operator liniar	63
2.6	Operatori de proiecție	71
2.7	Reprezentarea matriceală a operatorilor liniari	72
2.8	Legătura dintre operațiile cu operatori liniari și matricele lor	75

2.9	Modificarea matricei unui operator liniar la schimbarea reperelor	75
2.10	Valori proprii, vectori proprii și subspații proprii	79
2.11	Polinoame de endomorfisme sau de matrice pătratice	81
2.12	Operator liniar diagonalizabil. Matrice diagonalizabilă	84
2.13	Forma diagonală/forma canonică Jordan a unui endomorfism	88
2.14	Forma canonică a unui operator nilpotent	89
2.15	Reper Jordan. Algoritm de jordanizare	90
3	Sisteme de ecuații diferențiale	103
3.1	Sisteme de ecuații diferențiale liniare omogene	103
3.2	Sisteme de ecuații diferențiale liniare neomogene	112
4	Forme liniare, biliniare și pătratice	115
4.1	Funcționale liniare-dualul algebric al unui spațiu liniar	115
4.2	Funcționale biliniare și sesquiliniare	116
4.3	Funcționale biliniare simetrice și sesquiliniare hermitiene	116
4.4	Efectul schimbării reperelor la matricea unei funcționale biliniare	119
4.5	Funcționale pătratice reale	123
4.6	Forma canonică a unei funcționale pătratice (matrice pătratice)	124
4.7	Teorema inerției-Sylvester	136
5	Probleme metrice în spații euclidiene	139
5.1	Spațiu euclidian. Spațiu unitar. Noțiunea de normă	139
5.2	Procedeele de ortogonalizare Gram-Schmidt	143
5.3	Teorema de descompunere în subspații ortogonale	150
5.4	Noțiunea de distanță, punct fix, contracție. Teorema de punct fix	153
5.4.1	Convergența în spații metrice	156
5.4.2	Șiruri fundamentale	156
5.4.3	Principiul contracției	157
5.5	Noțiunea de spațiu normat	162
5.6	Aplicație a teoremei de punct fix a lui Banach	164
6	Clase speciale de operatori	165
6.1	Adjunctul unui operator liniar	165
6.2	Endomorfisme autoadjuncte	166
6.3	Metoda valorilor proprii de aducere la forma canonică	168
6.4	Operatori liniari (endomorfisme) ortogonali	170

7	Autoevaluare	173
7.1	Test 1	173
7.2	Test 2	175
7.3	Test 3	176
7.4	Test 4	177
7.5	Test 5	179
8	Bibliografie	181